

Formulation du transport dans les écoulements diphasiques en milieu poreux

C. Chavant

- Formulations en concentrations molaires ou massiques
- Formulation des changements de phase

Diffusion en milieu poreux

- Notations

- Indices supérieurs = composants, inférieurs = phase

					Moyenne gaz	Moyenne liquide
Masse volumique	ρ_l^w	ρ_l^h	ρ_g^w	ρ_g^h	ρ_g	ρ_l
concentration	c_l^w	c_l^h	c_g^w	c_g^h	c_g	c_l
vitesse	v_l^w	v_l^h	v_g^w	v_g^h	v_g	v_l
Pression	p_l^w	p_l^h	p_g^w	p_g^h	p_g	p_l

- Saturations : $S_l + S_g = 1$
- Moyennes par composants : non utilisées

Deux modes de transport

- Transport par advection : transport darcéen :
 - Écrit pour chaque phase
 - Relie vitesse moyenne et gradient de pression moyen

$$v_l = -\lambda_l (\nabla p_l + \rho_l \mathbf{g})$$
$$v_g = -\lambda_g (\nabla p_g + \rho_g \mathbf{g})$$

- Diffusion au sein de chaque phase
 - Relie un flux relatif d'un composant au gradient d'une concentration :

$$F_p^c - F_p = -D_p^c \nabla X_p^c$$

- Quel flux ?
 - $D_p^c = D_p$ indépendant du constituant ?
-
- Quelles valeurs moyennes ?

Définition des valeurs moyennes

- Masses volumiques et concentration : un peu d'arithmétique

$$\begin{aligned}\rho_g &= \rho_g^w + \rho_g^h & c_g &= c_g^w + c_g^h \\ \rho_l &= \rho_l^w + \rho_l^h & c_l &= c_l^w + c_l^h\end{aligned}$$

- Pression :

- Phase gazeuse : mélange idéal : $p_g = p_g^w + p_g^h$
- Phase liquide : $p_l = p_l^w$

- Vitesses

- Moyenne molaire : ${}^{cm}v_p = \frac{c_p^w}{c_p} v_p^w + \frac{c_p^h}{c_p} v_p^h$
- Moyenne massique : ${}^{c\rho}v_p = \frac{\rho_p^w}{\rho_p} v_p^w + \frac{\rho_p^h}{\rho_p} v_p^h$

Définition des flux

- On cherche des flux pour des expressions du type $J_p^c = D_p^c \nabla X_p^c$

- En prenant $X_p^w + X_p^h = 1$
 $J_p^w + J_p^h = 0$ on aura : $D_p^w = D_p^h = D_p$

- Cela nécessite une définition cohérente :

Vitesse	flux
${}^{cm}v_p = \sum_c \frac{c_p^c}{c_p} v_p^c$	${}^{cm}J_p^c = c_p^c (v_p^c - {}^{cm}v_p)$
${}^{c\rho}v_p = \sum_c \frac{\rho_p^c}{\rho_p} v_p^c$	${}^{c\rho}J_p^c = \rho_p^c (v_p^c - {}^{c\rho}v_p)$

Deux expressions équivalentes de Fick

- En flux molaire

$${}^{cm} J_p^c = c_p^c (v_p^c - {}^{cm} v_p) = -D_p c_p^c \nabla \left(\frac{c_p^c}{c_p} \right)$$

- En flux massique

$${}^{c\rho} J_p^c = \rho_p^c (v_p^c - {}^{c\rho} v_p) = -D_p \rho_p^c \nabla \left(\frac{\rho_p^c}{\rho_p} \right)$$

- Ces deux expressions sont équivalentes.
- Elles sont également équivalentes aux écritures

$$v_p^w - v_p^h = -D_p \frac{\rho_p}{\rho_p^w} \frac{\rho_p}{\rho_p^h} \nabla \left(\frac{\rho_p^w}{\rho_p} \right)$$

$$v_p^w - v_p^h = -D_p \frac{c_p}{c_p^w} \frac{c_p}{c_p^h} \nabla \left(\frac{c_p^w}{c_p} \right)$$

- Mais en les additionnant à Darcy exprimé en vitesse moyenne molaire ou massique, on n'obtient pas les mêmes résultats.

Thermodynamique

- Dissipation liée au transport

$$\Phi = -v_p^w \nabla p_p^w - v_p^h \nabla p_p^h$$

- Utilisation de la vitesse moyenne molaire :

$$\left. \begin{aligned} {}^{cm}v_g &= \frac{P_g^w}{P_g} v_g^w + \frac{P_g^h}{P_g} v_g^h \\ \Delta v &= v_g^w - v_g^h \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} &v_g^w({}^{cm}v_g, \Delta v) \\ &v_g^h({}^{cm}v_g, \Delta v) \end{aligned} \quad \Phi = -{}^{cm}v_g \nabla p_g - (v_g^w - v_g^h) p_g \nabla \frac{P_g^w}{P_g}$$

- Utilisation de la vitesse moyenne massique

$$\left. \begin{aligned} {}^{cp}v_g &= \frac{\rho_g^w}{\rho_g} v_g^w + \frac{\rho_g^h}{\rho_g} v_g^h \\ \Delta v &= v_g^w - v_g^h \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} &v_g^w({}^{cp}v_g, \Delta v) \\ &v_g^h({}^{cp}v_g, \Delta v) \end{aligned} \quad \Phi = - \left({}^{cp}v_g + \frac{\rho_g^h p_g^w - \rho_g^w p_g^h}{\rho_g p_g} (v_g^w - v_g^h) \right) \nabla p_g - (v_g^w - v_g^h) p_g \nabla \frac{P_g^w}{P_g}$$

- Formellement la thermodynamique « préfère » la vitesse moyenne molaire

Formules de coefficients de diffusion

Par exemple ...

$$D_g = (1 - S_l) \phi \tau D_0 \left(\frac{P_0}{P_g} \right) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.75}$$

$$D_l = S_{r,w} \phi \tau \cdot 1.57 \cdot 10^{-14} \frac{T}{\mu_w(T)}$$

Changement de phase

- Équilibre eau vapeur

$$g_g^w - g_l^w \leq 0 \quad S_l - 1 \leq 0 \quad (g_g^w - g_l^w)(S_l - 1) = 0$$

$$\hat{p}_{vp}(p_l^w, T) = \hat{p}_{vp}^*(T) \exp\left(\frac{M_w}{RT} \frac{p_l^w - p_l^*}{\rho_l^w}\right) \quad \leftarrow \text{En isotherme}$$

$$p_l^w < \hat{p}_{vp}(p_l^w, T) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} S_l < 1 \\ p_g^w = \hat{p}_{vp}(p_l^w, T) \end{cases}$$

- Dissolution

$$p_l^w < \frac{\rho_l^h}{M_h H} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} S_l < 1 \\ p_g^h = \frac{\rho_l^h}{M_h H} \end{cases}$$

	$S_l = 1$	$S_l < 1$
Eau/ vapeur	$p_l^w > \hat{p}_{vp}(p_l^w, T)$	$p_g^w = \hat{p}_{vp}(p_l^w, T) > p_l^w$
H gaz/ H dissous	$p_l^w > \frac{\rho_l^h}{M_h H}$	$p_g^h = \frac{\rho_l^h}{M_h H} > p_l^w$

Changements de phase éléments sur les situation avec vapeur et dissolution (1)

- Physiquement, si une phase gaz existe, l'eau pourra se vaporiser
- Proposition de modification pression de vapeur saturante (A. Bourgeat, M. Jurak, F. Smai)

$$\hat{p}_{vp}(p_l^w, T) \rightarrow \hat{p}_{vp}(p_l^w, T) X_l^w = \hat{p}_{vp}^*(T) \frac{\rho_l^w}{\rho_l^w + (M_w / M_h) \rho_l^h} \exp\left(-\frac{M_w}{RT} \frac{p_c}{\rho_l}\right)$$

$\nearrow p_l^w - p_l^*$

$$p_g^w = \hat{p}_{vp}^*(T) \frac{\rho_l^w}{\rho_l^w + M_h H p_g^h} \exp\left(-\frac{M_w}{RT} \frac{p_g - p_l}{\rho_l^w + M_h H p_g^h}\right)$$

$$p_g^w + p_g^h = p_g$$

} Une solution si $p_g > \hat{p}_{vp}^*(T)$

- « Le même critère de dissolution ($\rho_l^h < M_h H p_l$) peut être utilisé si la pression est beaucoup plus importante que la pression de vapeur saturante »

Changements de phase éléments sur les situation avec vapeur et dissolution (2)

- Vapeur seule ?

$$p_g^w = \hat{p}_{vp}^*(T) > p_l > \frac{\rho_l^h}{M_h H}$$

- Cette situation ne peut se rencontrer qu'à des températures proches de l'ébullition

- Phase gazeuse ne contenant que de l'hydrogène

$$p_g = \frac{\rho_l^h}{M_h H} > p_l > \hat{p}_{vp}^*(T)$$

- Mais alors système BJS a une solution et de la vapeur apparaît

- Conclusion en isotherme et à température faible :

- On part d'une situation totalement saturée en eau
- La concentration en hydrogène dissous augmente jusqu'à atteindre sa valeur limite $M_h H p_l$
- Après une phase gaz apparaît contenant de l'hydrogène et de la vapeur d'eau, solutions du système BJS