



Simulation du transport de radionucléides dans un milieu fracturé avec convection dominante dans les fractures

Nina KHVOENKOVA^{1,2} Alain BOURGEAT¹
Andro MIKELIĆ¹ Gilles BERNARD-MICHEL²

¹Université Claude Bernard Lyon I
Lyon

²DEN/DM2S/SFME CEA Saclay
Saclay

Journée changements d'échelles, Calais 2006





Plan de l'exposé

Introduction

Lois physiques

Homogénéisation

Hypothèses et méthode

Résultats d'homogénéisation

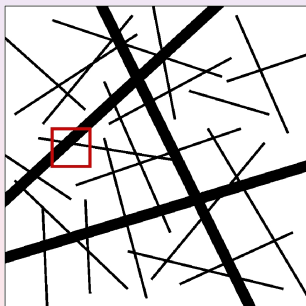
Validation des résultats

Conclusion et perspectives



Introduction

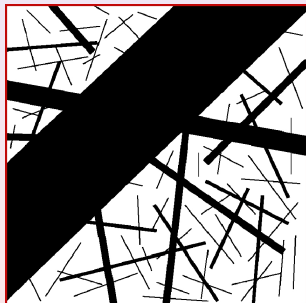
- ▶ Stockage des déchets radioactifs
 - ▶ Milieu naturel : stockage ou entreposage
 - ▶ Deux types de roche : **granite** ou calcaire



- ▶ Bloc fracturé $(200m)^3$
- ▶ Environ 5000 fractures de 2m-100m
- ▶ Maillage de 50 à 100 grandes fractures
- ▶ Homogénéisation des fractures de fond

Introduction

- ▶ Stockage des déchets radioactifs
 - ▶ Milieu naturel : stockage ou entreposage
 - ▶ Deux types de roche : **granite** ou calcaire



- ▶ Bloc fracturé 10m×10m×10m
- ▶ La taille moyenne d'un bloc représentatif est de 0.5m
- ▶ Maillage de 50 à 100 grandes fractures
- ▶ Homogénéisation des fractures de fond





Plan de l'exposé

Introduction

Lois physiques

Homogénéisation

Hypothèses et méthode

Résultats d'homogénéisation

Validation des résultats

Conclusion et perspectives



Écoulement

- ▶ Loi de Darcy :

$$U_j = -\frac{K_j}{\mu_j} \nabla P_j, \quad j = f, m$$

- ▶ Incompressibilité :

$$\operatorname{div}(U_j) = 0, \quad j = f, m$$

- ▶ Continuité à l'interface fracture-matrice :

$$U_f \cdot \vec{n} = U_m \cdot \vec{n}$$

$$P_f = P_m$$



Transport

- ▶ Equation de transport d'un radionucléide :

$$\phi_j R_j \partial_t C_j + \operatorname{div}(U_j C_j) = \operatorname{div}[\mathbb{D}_j(U_j) \nabla C_j] + s_j - \lambda \phi_j R_j C_j$$

$j = f, m$

où

$$(\mathbb{D}_j(U))_{ik} = d_{mol}^j \delta_{ik} + (\alpha_L^j - \alpha_T^j) \frac{U_i U_k}{\|U\|} + \alpha_T^j \|U\| \delta_{ik}, \quad j = f, m$$

- ▶ Continuité à l'interface fracture-matrice :

$$(U_f C_f - \mathbb{D}_f(U_f) \nabla C_f) \cdot \vec{n} = (U_m C_m - \mathbb{D}_m(U_m) \nabla C_m) \cdot \vec{n}$$

$$C_f = C_m$$





Plan de l'exposé

Introduction

Lois physiques

Homogénéisation

Hypothèses et méthode

Résultats d'homogénéisation

Validation des résultats

Conclusion et perspectives





Hypothèses principales

$$\varepsilon = \frac{\text{taille d'un bloc de périodicité}}{\text{taille du domaine d'étude}}$$

$$\blacktriangleright \frac{\langle U_m \rangle}{\langle U_f \rangle} \sim \varepsilon^\theta \iff \frac{K_m}{K_f} \sim \varepsilon^\theta$$

$$\blacktriangleright \frac{\mathbb{D}_m(U_m)}{\mathbb{D}_f(U_f)} \sim \varepsilon^m$$

$$\blacktriangleright \frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon^\alpha$$

- ▶ $\theta = 2$ milieu calcaire
- ▶ $\theta = 3$ roche très imperméable (granite)
- ▶ $m = 1$ la taille d'une fracture est de même ordre que la taille d'un bloc
- ▶ $m = 2$ l'épaisseur des fractures devient négligeable par rapport à la taille d'un bloc
- ▶ $\alpha = 1$
- ▶ $\alpha = 2$





Normalisation des équations

- ▶ $t \mapsto T^* t, \quad x \mapsto Lx$
- ▶ $U_f \mapsto \frac{U_f}{\langle U_f \rangle}, \quad U_m \mapsto \frac{U_m}{\langle U_m \rangle}$
- ▶ On passe à l'échelle d'écoulement dans les fractures

Écoulement :

$$\begin{aligned}
 U_j^\varepsilon &= -K_j^\varepsilon \nabla P_j^\varepsilon, \text{ dans } \Omega_j \times [0, T], \quad j = f, m \\
 \operatorname{div} U_j^\varepsilon &= 0, \text{ dans } \Omega_j \times [0, T], \quad j = f, m \\
 U_f^\varepsilon \cdot \nu &= \varepsilon^\theta U_m^\varepsilon \cdot \nu, \text{ sur } \partial\Omega_m \times [0, T] \\
 P_f^\varepsilon &= P_m^\varepsilon, \text{ sur } \partial\Omega_m \times [0, T]
 \end{aligned}$$

Transport :

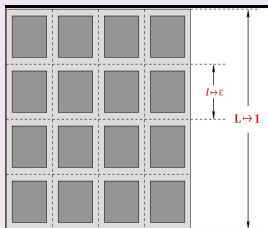
$$\begin{aligned}
 \partial_t C_f + \operatorname{div}(U_f C_f - \varepsilon D_f \nabla C_f) &= S_f, \text{ dans } \Omega_f \times [0, T] \\
 \phi \varepsilon^\alpha \partial_t C_m + \operatorname{div}(\varepsilon^\theta U_m C_m - \varepsilon^m d_m l d \nabla C_m) &= S_m, \text{ dans } \Omega_m \times [0, T] \\
 (U_f C_f - \varepsilon D_f \nabla C_f) \cdot \nu &= (\varepsilon^\theta U_m C_m - \varepsilon^m d_m l d \nabla C_m) \cdot \nu, \text{ sur } \partial\Omega_m \times [0, T] \\
 C_f &= C_m, \text{ sur } \partial\Omega_m \times [0, T]
 \end{aligned}$$



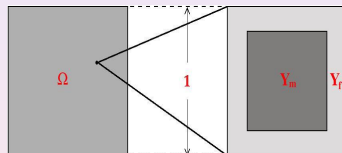


Homogénéisation

- ▶ On suppose que le milieu réel est périodique



$$\varepsilon = \frac{l}{L} \rightarrow 0$$



- ▶ Toutes les fonctions dépendent des deux variables x et y et sont périodiques en y :

$$x \mapsto (x, y) \in \Omega \times Y, \quad \nabla \mapsto \nabla_x + \frac{1}{\varepsilon} \nabla_y$$

- ▶ $K_f^\varepsilon = K_f(x), K_m^\varepsilon = K_m(y)$



Hypothèses principales

$$\blacktriangleright \frac{\langle U_m \rangle}{\langle U_f \rangle} \sim \varepsilon^\theta \iff \frac{K_m}{K_f} \sim \varepsilon^\theta$$

$$\blacktriangleright \frac{\mathbb{D}_m(U_m)}{\mathbb{D}_f(U_f)} \sim \varepsilon^m$$

$$\blacktriangleright \frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon^\alpha$$

- ▶ $\theta = 2$ milieu calcaire
- ▶ $\theta = 3$ roche très imperméable (granit)
- ▶ $m = 1$ la taille d'une fracture est de même ordre que la taille de bloc
- ▶ $m = 2$ l'épaisseur des fractures devient négligeable par rapport à la taille d'un bloc
- ▶ $\alpha = 1$
- ▶ $\alpha = 2$



Ecoulement effectif

$$\blacktriangleright \overline{U_f^*}(x) = \overline{U_f^0}(x) + \varepsilon \overline{U_f^1}(x)$$

$$\overline{U_f^0}(x) = -\frac{1}{|Y_f|} K_f(x) \int_{Y_f} (Id + \nabla_y \bar{\omega}(y)^{tr}) dy \nabla_x P^0(x)$$

$$\overline{U_f^1}(x) = -\frac{1}{|Y_f|} K_f(x) \int_{Y_f} \left(\sum_{l=1}^n (\nabla_x \omega_l(x, y) + \nabla_y \xi_l^2) \partial_{x_l} P^0(x) + \sum_{l,k=1}^n \nabla_y \xi_{lk}^1(x, y) \partial_{x_l x_k} P^0(x) \right) dy$$

$$\blacktriangleright \operatorname{div} \overline{U_f^*}(x) = 0$$

$$\blacktriangleright U_m(x, y) = K_m(y) (Id + \vec{\gamma}^{tr}(x, y)) \nabla_x P^0(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}_y (K_f(x) \nabla_y \omega_j) = 0, \text{ in } \Omega \times Y_f \\ K_f(x) \nabla_y \omega_j \cdot \vec{n} = -K_f(x) \vec{e}_j \cdot \vec{n}, \text{ on } \Omega \times \partial Y_m \\ \int_{Y_f} \omega_j dy = 0 \\ \omega_j \text{ sont } Y\text{-périodiques en } y \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}_y (K_m(x) (\nabla_y \gamma_j + \vec{e}_j)) = 0, \text{ in } \Omega \times Y_m \\ \gamma_j = \omega_j, \text{ on } \Omega \times \partial Y_m \\ \gamma_j \text{ sont } Y\text{-périodiques en } y \end{array} \right.$$

- \blacktriangleright Les fonctions auxiliaires $\xi_{lk}^1(x, y)$ et ξ_l^2 sont déterminées par $K_f(x)$ et $\bar{\omega}(x, y)$. Si K_f ne dépend pas de la variable globale x , les fonctions $\bar{\omega}$ ne dépendent que de la variable locale y , et dans ce cas la fonction $\xi_l^2(x, y)$ s'annule.



Transport effectif

- ▶ Transport dans les fractures :

$$\frac{|Y_f|}{|Y|} \partial_t C_f + \operatorname{div} \left(\overline{U_f^*} C_f - \varepsilon \mathbb{D}_f^* \nabla C_f \right) = \text{Terme d'échange}$$

- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon^2$, $m = 1$ ou 2 , $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = 0, $C_m(x, y) = C_f(x)$

- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon$, $m = 1$, $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = $-\varepsilon \phi \frac{|Y_m|}{|Y|} \partial_t C_f$, $C_m(x, y) = C_f(x)$

- ▶ $\theta = 3$

$\theta = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 2 \\ \frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi \partial_t C_m - d_m \Delta_y C_m = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right. \end{array}$$

$$\text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \partial_t C_m + \operatorname{div}_y (U_m C_m - d_m \nabla_y C_m) = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right.$$



Transport effectif

- ▶ Transport dans les fractures :

$$\frac{|Y_f|}{|Y|} \partial_t C_f + \operatorname{div} \left(\overline{U_f^*} C_f - \varepsilon \mathbb{D}_f^* \nabla C_f \right) = \text{Terme d'échange}$$

- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon^2$, $m = 1$ ou 2 , $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = 0, $C_m(x, y) = C_f(x)$

- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon$, $m = 1$, $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = $-\varepsilon \phi \frac{|Y_m|}{|Y|} \partial_t C_f$, $C_m(x, y) = C_f(x)$

- ▶ $\theta = 3$

$\theta = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 2 \\ \frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi \partial_t C_m - d_m \Delta_y C_m = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi \partial_t C_m + \operatorname{div}_y (U_m C_m - d_m \nabla_y C_m) = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right. \end{array}$$



Transport effectif

- ▶ Transport dans les fractures :

$$\frac{|Y_f|}{|Y|} \partial_t C_f + \operatorname{div} \left(\overline{U_f^*} C_f - \varepsilon \mathbb{D}_f^* \nabla C_f \right) = \text{Terme d'échange}$$

- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon^2$, $m = 1$ ou 2 , $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = 0, $C_m(x, y) = C_f(x)$

- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon$, $m = 1$, $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = $-\varepsilon \phi \frac{|Y_m|}{|Y|} \partial_t C_f$, $C_m(x, y) = C_f(x)$

- ▶ $\theta = 3$

$\theta = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 2 \\ \frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy \\ \phi \partial_t C_m - d_m \Delta_y C_m = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy \\ \phi \partial_t C_m + \operatorname{div}_y (U_m C_m - d_m \nabla_y C_m) = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right.$$



Transport effectif

- ▶ Transport dans les fractures :

$$\frac{|Y_f|}{|Y|} \partial_t C_f + \operatorname{div} \left(\overline{U_f^*} C_f - \varepsilon \mathbb{D}_f^* \nabla C_f \right) = \text{Terme d'échange}$$

- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon^2$, $m = 1$ ou 2 , $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = 0, $C_m(x, y) = C_f(x)$
- ▶ $\frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon$, $m = 1$, $\theta = 2$ ou $3 \implies$ terme d'échange = $-\varepsilon \phi \frac{|Y_m|}{|Y|} \partial_t C_f$, $C_m(x, y) = C_f(x)$



$\theta = 3$

$\theta = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 2 \\ \frac{\phi_m R_m}{\phi_f R_f} \sim \varepsilon \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi \partial_t C_m - d_m \Delta_y C_m = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{terme d'échange} = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \partial_t C_m dy \\ \left\{ \begin{array}{l} \phi \partial_t C_m + \operatorname{div}_y (U_m C_m - d_m \nabla_y C_m) = 0, \\ \text{dans } \Omega \times Y_m \times [0, T] \\ C_m(x, y) = C_f(x), \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \times [0, T] \end{array} \right. \end{array}$$



Propriétés de tenseur de diffusion homogénéisé

$$\blacktriangleright \mathbb{D}_f^* = \frac{1}{|Y_f|} \int_{Y_f} \left[D_f(\text{Id} + \nabla_y \vec{\psi}^T) - U_f^0 \otimes \vec{\psi} \right] dy$$

- Les fonctions auxiliaires ψ_k dépendent de la vitesse $U_f(x, y)$ et des oscillations de la vitesse

($U_{f,k}^0(x, y) - \overline{U_{f,k}^0}(x)$) à l'échelle micro :

$$\begin{cases} \text{div}_y [D_f(x, y)(\nabla_y \psi_k(x, y) + \vec{e}_k) - U_{f,k}^0(x, y)\psi_k(x, y)] = U_{f,k}^0(x, y) - \overline{U_{f,k}^0}(x), & \text{in } \Omega \times Y_m \\ D_f(\nabla_y \psi_k + \vec{e}_k) \cdot \vec{n} = 0, & \text{on } \Omega \times \partial Y_m \end{cases}$$

$$\mathbb{D}_{f_{ij}}^* = \frac{1}{|Y_f|} \int_{Y_f} \left(- (U_{f_i}^0 - \overline{U_{f_i}^0}) \psi_j + D_f(\nabla_y \psi_j + \vec{e}_j) \cdot \vec{e}_i \right) dy$$

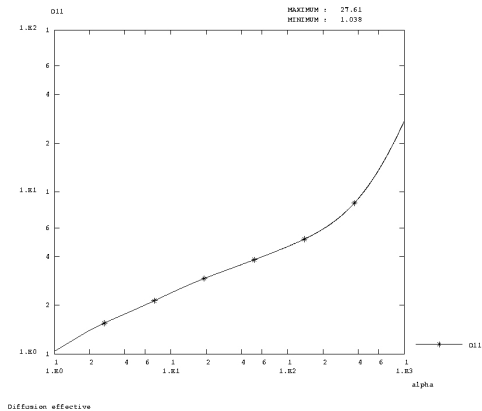
- La partie antisymétrique du tenseur de diffusion homogénéisé est déterminée uniquement par la vitesse :

$$[\mathbb{D}_f^{\text{antisym}}]_{ij} = \frac{1}{|Y_f|} \int_{Y_f} (U_{f_j}^0 \psi_i - U_{f_i}^0 \psi_j - \psi_j U_{f_i}^0 \cdot \nabla \psi_i) dy$$



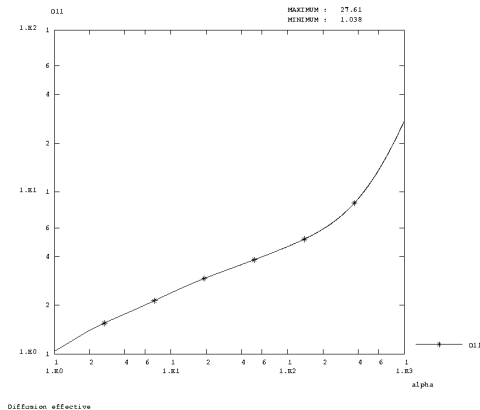


Dépendance de $\mathbb{D}_{f_{11}}$ de $\|U_f\|$





Dépendance de $\mathbb{D}_{f_{12}}$ de $\|U_f\|$



Plan de l'exposé

Introduction

Lois physiques

Homogénéisation

Hypothèses et méthode

Résultats d'homogénéisation

Validation des résultats

Conclusion et perspectives





Validation de schéma numérique

- ▶ Convergence en espace pour les fonctions auxiliaires (échelle microscopique)
- ▶ Convergence en espace et en temps à l'échelle macroscopique



Validation de problème homogénéisé

- ▶ Comparaison des résultats numériques avec ceux de cas synthétique (on résout le problème adimensionnalisé sur le milieu fracturé)
- ▶ Comparaison à l'échelle micro : on compare les normes L^2 de solution synthétique et de solution approximée (en ε) projetée sur le maillage synthétique.
- ▶ Comparaison à l'échelle macro : on compare les flux de sortie (diffusif, convectif et total) et les courbes d'évolution des masses (masse de polluant dans les fractures, dans les bloc matriciels et la masse totale) des cas synthétique et homogénéisé



Schéma numérique

► Ecoulement :

- Résolution des problèmes auxiliaires, construction du tenseur de perméabilité homogénéisé
- Résolution de l'équation macroscopique sur la pression

► Transport :

- A chaque point d'espace résolution des problèmes auxiliaires, construction du tenseur de diffusion homogénéisé
- Résolution de l'équation macroscopique de transport

$$\frac{|Y_f|}{\Delta t |Y|} (C_f^{n+1} - C_f^n) + \operatorname{div}(\overline{U_f^*} C_f^{n+1} - \varepsilon \mathbb{D}_f \nabla C_f^{n+1}) = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \frac{C_m^{n+1} - C_m^n}{\Delta t} dy$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \frac{C_m^{n+1} - C_m^n}{\Delta t} - d_m \Delta_y C_m^{n+1} = 0, \text{ dans } \Omega \times Y_m \\ C_m^{n+1} = C_f^{n+1}, \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \end{array} \right.$$



Schéma numérique

► Ecoulement :

- Résolution des problèmes auxiliaires, construction du tenseur de perméabilité homogénéisé
- Résolution de l'équation macroscopique sur la pression

► Transport :

- A chaque point d'espace résolution des problèmes auxiliaires, construction du tenseur de diffusion homogénéisé
- Résolution de l'équation macroscopique de transport

$$\frac{|Y_f|}{\Delta t |Y|} (C_f^{n+1} - C_f^n) + \operatorname{div}(\overline{U_f^*} C_f^{n+1} - \varepsilon \mathbb{D}_f \nabla C_f^{n+1}) = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \frac{C_m^{n+1} - C_m^n}{\Delta t} dy$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \frac{C_m^{n+1} - C_m^n}{\Delta t} - d_m \Delta_y C_m^{n+1} = 0, \text{ dans } \Omega \times Y_m \\ C_m^{n+1} = C_f^{n+1}, \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f - \Delta t \Delta_y f = 0, \text{ dans } \Omega \times Y_m \\ f = 1, \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \end{array} \right.$$

$$C_m^{n+1} = f(y) C_f^{n+1}(x) + g^{n+1}(x, y)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} g^{n+1} - \Delta t \Delta_y g^{n+1} = c^n, \text{ dans } \Omega \times Y_m \\ g^{n+1} = 0, \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \end{array} \right.$$





Schéma numérique

► Ecoulement :

- Résolution des problèmes auxiliaires, construction du tenseur de perméabilité homogénéisé
- Résolution de l'équation macroscopique sur la pression

► Transport :

- A chaque point d'espace résolution des problèmes auxiliaires, construction du tenseur de diffusion homogénéisé
- Résolution de l'équation macroscopique de transport

$$\frac{|Y_f|}{\Delta t |Y|} (C_f^{n+1} - C_f^n) + \operatorname{div}(\overline{U_f^*} C_f^{n+1} - \varepsilon \mathbb{D}_f \nabla C_f^{n+1}) = -\varepsilon \phi \frac{1}{|Y|} \int_{Y_m} \frac{C_m^{n+1} - C_m^n}{\Delta t} dy$$

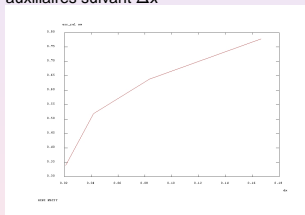
$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \frac{C_m^{n+1} - C_m^n}{\Delta t} - d_m \Delta_y C_m^{n+1} = 0, \text{ dans } \Omega \times Y_m \\ C_m^{n+1} = C_f^{n+1}, \text{ sur } \Omega \times \partial Y_m \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -\Delta_y \psi_k = \lambda_k \psi_k, \text{ dans } Y_m \\ \psi_k = 0, \text{ sur } \partial Y_m \end{array} \right.$$

$$C_m(x, y, t) = C_f(x, t) - \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k(y) \langle \psi_k \rangle \left(C_f^{in}(x) e^{-\lambda_k t} + \int_0^t \partial_s C_f(x, s) e^{\lambda_k(s-t)} ds \right)$$

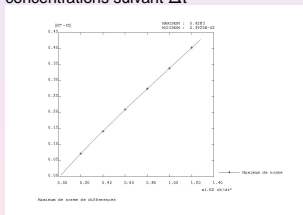


Convergence

Convergence en norme L^2 des fonctions
auxiliaires suivant Δx



Convergence en norme L^2 des
concentrations suivant Δt

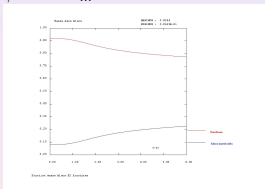




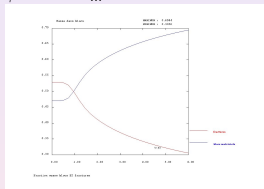
Choix des cas-tests

- ▶ Pour les simulations numériques on a choisi le milieu granitique avec la fracturation épaisse
- ▶ Il nous reste deux paramètres à fixer dans le problème adimensionnalisé : ϕ et d_m

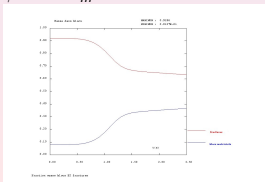
$\phi = 1$ et $d_m = 1$



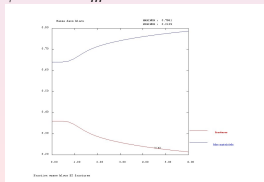
$\phi = 10$ et $d_m = 1$



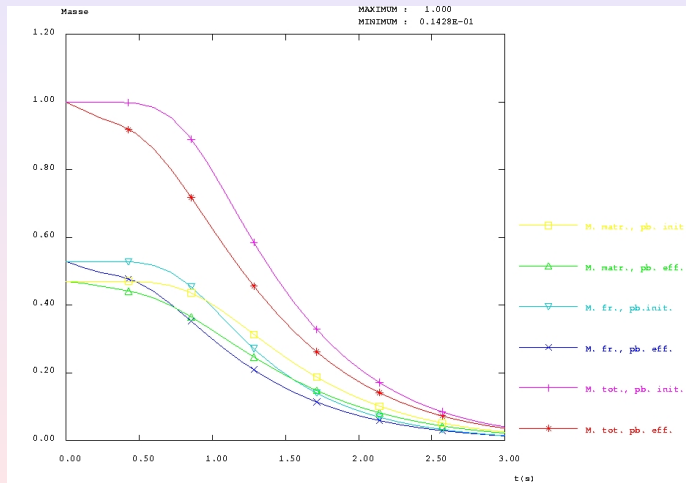
$\phi = 1$ et $d_m = 0.1$



$\phi = 20$ et $d_m = 1$

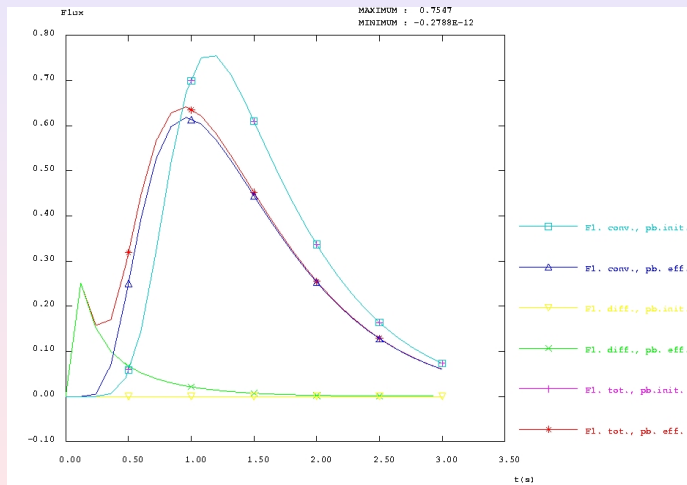


Comparaison des courbes d'évolution des masses



Evolution des masses, problèmes effectif et initial

Comparaison des flux sortants

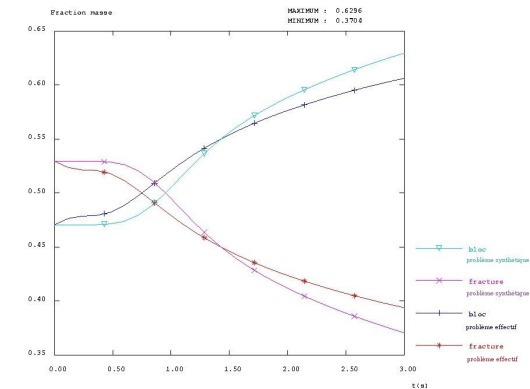


Flux sortants, problèmes effectif et initial





Comparaison des fractions massiques



Fraction masse blocs et fractures





Plan de l'exposé

Introduction

Lois physiques

Homogénéisation

Hypothèses et méthode

Résultats d'homogénéisation

Validation des résultats

Conclusion et perspectives





Conclusion et perspectives

- ▶ On a trouvé les modèles effectifs pour plusieurs cas physiques qui sont utilisables pour les besoins industriels
- ▶ Il reste à faire pour finir la validation :
 - ▶ Justification du calcul du tenseur de diffusion homogénéisé
 - ▶ Evolution du tenseur de diffusion effectif suivant la vitesse
 - ▶ Comparaison des résultats avec ceux obtenus par une autre méthode
 - ▶ Convergence en Δx de norme L^2 des concentrations
 - ▶ Convergence en norme L^2 de la solution synthétique vers la solution asymptotique sur le domaine homogène

