

Dispersion en milieux poreux. Approche par changement d'échelles

J.-L. Auriault, Lab 3S, Grenoble

On rappelle quelques résultats concernant la modélisation mathématique de la dispersion de soluté dans un milieu poreux. La modélisation est obtenue par changement d'échelles en partant de la description à l'échelle des pores et en utilisant la méthode des développements asymptotiques à échelles multiples (une méthode d'homogénéisation). Cette méthode présente deux avantages décisifs : l'absence de prérequis à l'échelle macroscopique et la détermination du domaine de validité des modèles macroscopiques [1].

Ainsi, partant d'un écoulement de Stokes et d'une diffusion de Fick à l'échelle des pores, on obtient [2] un modèle de diffusion à l'échelle macroscopique pour un nombre de Péclet local à l'échelle des pores $Pe = vl/D \leq \mathcal{O}((l/L)^2)$, où l et L sont les longueurs caractéristiques des pores et à l'échelle macroscopique. Pour $Pe = \mathcal{O}(l/L)$, on obtient un modèle de convection diffusion, pour $Pe = \mathcal{O}(1)$ un modèle de dispersion et pour $Pe \geq \mathcal{O}((l/L)^{-1})$ il n'existe pas de modèle macroscopique (situation non-homogénéisable).

Le modèle de dispersion s'avère fragile pour plusieurs raisons.

- Le modèle fait intervenir dans le terme convectif une "vitesse macroscopique" qui n'est une vitesse de Darcy que si le milieu est macroscopiquement homogène et isotrope [3]. Dans le cas contraire, la correction à apporter est de l'ordre du terme dispersif.

- Une couche limite doit être introduite le long des frontières macroscopiques, qui raccorde la solution homogénéisée aux conditions aux limites macroscopiques. Dans le cas de la dispersion, l'épaisseur de cette couche est $\mathcal{O}(lPe)$, qui peut être grand. Les essais en laboratoires nécessite des échantillons de grande taille [4].

- Au niveau du front de soluté, la courbe de concentration peut présenter une pente importante, ce qui correspond une valeur petite de L . La séparation des échelles est alors pauvre l'endroit où se situe le phénomène de dispersion [4].

[1] J.-L. Auriault "Transport in porous media : upscaling by multiscale asymptotic expansions. ", in CISM Lectures 480 "Applied micromechanics of porous materials", Udine 19-23 July 2004, L. Dormieux et F.-J. Ulm EDS, pp 3-56, Springer 2005.

[2] J.-L. Auriault et P. Adler "Taylor dispersion in porous media. : analysis by multiple scale expansions", Advances in Water Resources, 18, 4, pp. 217-226, 1995.

[3] J.-L. Auriault, C. Geindreau et C. Boutin "Filtration law in porous media with poor separation of scales", TIPM, 60, 89-108, 2005.

[4] J.-L. Auriault et J. Lewandowska "On the validity of diffusion/dispersion tests in soils", Engineering Transactions, 45, 3-4, 395-417, 1997.