

Antoine LEJAY

Chargé de recherche INRIA

**Projet OMEGA**

INRIA/Institut Élie Cartan

Projet bilocalisé : Sophia-Antipolis et Nancy

Responsable : Denis Talay

Méthodes numériques probabilistes  
pour les équations issues de la  
physique/Finance

Journées MOMAS – 16/17 janvier 2002 à Lyon

INRIA

<http://www.inria.fr>

Institut Élie Cartan

<http://www.iecn.u-nancy.fr>

Projet OMEGA

<http://www-sop.inria.fr/omega/omega-fra.html>

Antoine Lejay (page perso.)

<http://www.iecn.u-nancy.fr/~lejay>

# Pourquoi des probabilités ?

## I. Milieux aléatoires

Les probabilités servent à cacher notre ignorance d'un phénomène ou d'un milieu complexe

Dans le sous-sol : distribution de roches, de fissures, ...

Exemples :

Phénomènes de percolation

Géométrie stochastique

Milieux aléatoires / milieux déterministes : comportements différents

Exemple : propagation des ondes

Problème d'analyse des données : présence de bruit

## Pourquoi des probabilités ?

### ▷ II. Phénomènes déterministes ◁

EDP / opérateur  $\iff$  représentation  
probabiliste

Exemple :  $\frac{1}{2}\Delta \iff$  Mouvement brownien

—○ Autre compréhension de certains  
phénomènes

—○ **Méthode de Monte Carlo** : simulation d'un  
grand nombre de particules (avec ou sans  
interactions entre elles) en utilisant cette  
représentation probabiliste

*Rem.* : les particules ne correspondent pas  
nécessairement à une réalité physique

## Pourquoi des probabilités ?

### III. Marches aléatoires en milieu aléatoire

Les trajectoires évoluent dans un milieu qui est lui-même aléatoire (l'opérateur régissant le comportement est à coefficients aléatoires par ex.)

□ Exemples :

    Particule dans un milieu avec des roches de diffusivité différente distribuées aléatoirement

    Piégage de particules radioactives

## Travaux de recherche

### Les opérateurs sous forme divergence

$L = \operatorname{div} (a \nabla \cdot)$   $\leftrightarrow$  processus à trajectoires continues

Que peut-on dire sur ce processus ?

*Rem.* : les probabilistes travaillent en général sur les opérateurs  $a_{i,j} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + b_i \frac{\partial}{\partial x_i}$  (théorie des équations différentielles stochastiques)

Si  $a$  est discontinu le long d'une hypersurface

Que se passe-t-il ?

Comment simuler cela ?

Problème : irrégularité des trajectoires

[Thèse en cours à Sophia-Antipolis, de Miguel Martinez]

## Travaux de recherche : applications

### Modèle à double porosité

Calcul du *coefficient d'échange* par des méthodes probabilistes dans le modèle double porosité (= couplage entre la pression à grande échelle dans la roche poreuse et les fissures)

Mouvement de particules  $\leftrightarrow$  trajectoires du processus associé à  $\text{div}(a\nabla\cdot)$

$$a = \begin{cases} a_f & \text{dans les fissures} \\ a_m & \text{dans la matrice} \end{cases}$$

Coefficient d'échange  $\Leftarrow$  temps passés par la particule dans la matrice et les fissures

Méthode par marches aléatoires : B. Noëtinger (IFP)

► Méthode continue en temps et en espace :  
**pas de génération de grille**